

Programme de colles - Semaine 4 - du 9/10 au 13/10

Structures algébriques usuelles et arithmétique de \mathbb{Z} : révisions.

Arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$: Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$. L'anneau $\mathbb{K}[X]$ est principal. PGCD de deux polynômes. Relation de Bézout. Extension au cas d'une famille finie. Lemme de Gauss et corollaires usuels. PPCM. Irréductibles de $\mathbb{K}[X]$. Décomposition en facteurs irréductibles. Irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.

Rappels de MPSI dont : racines d'un polynôme, ordre de multiplicité; un polynôme $P \in \mathbb{K}[X]$ de degré d admet au plus d racines comptées avec multiplicité dans \mathbb{K} . Dans un corps de caractéristique nulle, formule de Taylor; caractérisation de la multiplicité d'une racine avec les dérivées. Relation coefficients-racines. Polynômes d'interpolation de Lagrange. Polynômes de Tchebychev. Quelques brefs rappels sur les fractions rationnelles, notamment $\frac{P'}{P}$.

Quelques compléments : Nous avons vu un certain nombre de compléments; tous les résultats sont à hors-programme et donc à savoir redémontrer. Contenus d'un polynôme et applications. Élément algébrique, transcendant, sur un corps. Extension de corps.

Programme de la semaine prochaine : révisons d'algèbre linéaire de MPSI.